

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Гимназия №8»

Рассмотрено на заседании  
методического объединения  
Протокол № 4 от 26.05.2022г.

Принято на заседании  
педагогического совета  
Протокол № 8 от 27.05.2022г.

Утверждено  
Директор МБОУ «Гимназии № 8»  
\_\_\_\_\_ Дюкин А.Г.  
Приказ №212 от 27.05.2022г.

### **Рабочая программа**

по предмету «Математика»  
10 класс  
2022 - 2023

Составитель: учитель Смольникова О.А.

2022 г.

## Пояснительная записка

Программа предназначена для работы в 10 классе (естественно – научный и технологический профиль) составлена на основе следующих нормативных документов:

- Федерального закона от 29 декабря 2012 год № 273 - ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (ст.2, п.9);
- Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (10-11кл.) (Приказ МО и Н РФ от 17.05.2012 № 413 в ред. от 29.06.2017);
- Федерального перечня учебников, рекомендованных к использованию в образовательных учреждениях, реализующих программы общего образования и имеющих государственную аккредитацию, на 2022-2023 учебный год;
- Годового календарного учебного графика МБОУ «Гимназия №8» на 2022-2023 учебный год;
- Положения о рабочей программе учителя, работающего по ФГОС 6-11 класс МБОУ «Гимназия №8»;
- Основной образовательной программы СОО МБОУ «Гимназия №8»;
- Примерная программа среднего общего образования по математике и Программа общеобразовательных учреждений ФГОС. Математика 10-11 классы, составитель Бурмистрова Т.А. (Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10-11 классы базовый и углубленный уровни; пособие для учителей общеобразовательных учреждений -М.: Просвещение, 2016; Геометрия. Сборник рабочих программ 10-11 классы; пособие для учителей общеобразовательных учреждений -М.: Просвещение, 2015)

### ***В состав УМК входит:***

- Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа в 2 ч. (базовый и углубленный уровни), 10 класс ФГОС. – М.: Мнемозина, 2017.
- Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни) 10-11 класс ФГОС. – М.: Просвещение, 2020.

входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования.

### **Цели, задачи и принципы построения курса**

Данная программа позволяет изучать математику на углубленном уровне.

В результате ее освоения обучающийся **получит возможность** продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики, а также связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

### **Цели:**

- Способствовать формированию математической культуры, формированию интеллектуально грамотной личности, способной самостоятельно получать знания, осмысленно выбирать профессию и специальность в соответствии с заявленным профилем образования в условиях модернизации системы образования РФ.
- формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложения будущей профессиональной деятельности;
- воспитание средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

### **Задачи программы:**

- предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;
- обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др;
- в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования.

## **Содержание учебного предмета**

### **Алгебра и начала анализа**

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$ .

Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.

## **Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Понятие об аксиоматическом методе.

Теорема Менелая для тетраэдра. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. Геометрические места точек в пространстве.

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Усеченная пирамида.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

### **Вероятность и статистика и комбинаторика**

Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события.

## **Описание места учебного предмета, курса в учебном плане**

Для обязательного изучения учебного предмета Математика отводит 476 часов, в том числе 238 часов в X классе, из расчета 7 часов в неделю.

### **Характеристика форм и методов контроля**

Основные формы текущего контроля – контрольная работа и самостоятельная работа. В программе предусмотрены 13 тематических контрольных работ:

- КР<sup>1</sup> №1 «Действительные числа»;
- КР №2 «Числовые функции»;
- КР №3 «Тригонометрические функции»;
- КР №4 «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости».
- ;
- КР №5 «Параллельность прямых и плоскостей»
- КР №6 «Перпендикулярность прямых и плоскостей».
- КР №7 «Тригонометрические уравнения».
- КР №8 «Преобразование тригонометрических выражений».
- КР №9 «Комплексные числа»
- КР №10 «Многогранники».
- КР №11 «Производная».
- КР №12 «Применение производной к исследованию функции».
- КР №13 «Комбинаторика и вероятность».

Планируется провести 13 контрольных работ по основным темам и 1 годовую контрольные работы.

---

<sup>1</sup> КР – контрольная работа

### Содержание учебного предмета, курса

№ пп	Название раздела программы	Количество часов	Контроль
1.	Повторение материала 7-9 классов	3	
2.	Действительные числа	17	<i>Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа»</i>
3.	Числовые функции	13	<i>Контрольная работа №2 по теме «Числовые функции».</i>
4.	Тригонометрические функции	31	<i>Контрольная работа №3 по теме «Тригонометрические функции».</i>
5.	Некоторые сведения из планиметрии	10	
6.	Введение	3	
7.	Параллельность прямых и плоскостей	15	<i>Контрольная работа №4 по теме «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости».</i> <i>Контрольная работа №5 по теме «Параллельность прямых и плоскостей».</i>
8.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	15	<i>Контрольная работа №6 по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».</i>
9.	Тригонометрические уравнения	14	<i>Контрольная работа №7 по теме «Тригонометрические уравнения».</i>
10.	Преобразование тригонометрических выражений	25	<i>Контрольная работа №8 по теме «Преобразование тригонометрических выражений».</i>
11.	Комплексные числа	16	<i>Контрольная работа №9 по теме «Комплексные числа»</i>
12.	Многогранники	14	<i>Контрольная работа №10 по теме «Многогранники».</i>
13.	Производная	35	<i>Контрольная работа №11 по теме «Производная».</i> <i>Контрольная работа №12 по теме «Применение производной к</i>

			<i>исследованию функции».</i>
14.	Комбинаторика и вероятность	14	<i>Контрольная работа №13 по теме «Комбинаторика и вероятность».</i>
15.	Повторение	13	<i>Годовая контрольная работа</i>
	<b>Итого:</b>	<b>238</b>	

### Тематическое планирование

№ и тема раздела	№ урока	Тема урока	Количество часов
<b>Повторение материала 7-9 классов (3 часа)</b>	1	Повторение темы «Упрощение алгебраических выражений»	1
	2	Повторение темы «Арифметический квадратный корень»	1
	3	Повторение темы «Решение уравнений и неравенств»	1
<b>Действительные числа(17 часов)</b>	4	Натуральные и целые числа Делимость натуральных чисел. Признаки делимости	1
	5	Простые и составные числа. Деление с остатком.	1
	6	НОД и НОК нескольких натуральных чисел	1
	7	Основная теорема арифметики натуральных чисел	1
	8-9	Рациональные числа	2
	10-11	Иррациональные числа	2
	12	Действительные числа и числовая прямая.	1
	13	Числовые неравенства	1
	14	Числовые промежутки. Аксиоматика действительных чисел	1
	15-16	Модуль действительного числа	2
	17	<b>Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа»</b>	1
<b>Числовые функции. (13 часов).</b>	18-20	Метод математической индукции	3
	21	Определение числовой функции	1
	22	Способы задания числовой функции	1
	23	Определение числовой функции и способы ее задания	1
	24-26	Свойства функций	3
	27-29	Периодические функции	3
	30	Обратная функция	1
	31-32	График обратной функции	2
33	<b>Контрольная работа №2 по теме «Числовые функции»</b>	1	
<b>Тригонометрические функции. (31 час).</b>	34-35	Числовая окружность	2
	36-38	Числовая окружность на координатной плоскости	3
	39	Синус и косинус.	1
	40	Тангенс и котангенс	1
	41	Тригонометрические функции	1
	42-43	Тригонометрические функции числового аргумента	3
	44-45	Тригонометрические функции углового аргумента	2

	46	Функция $y = \sin x$ , ее свойства и график	1
	47	Функция $y = \cos x$ , ее свойства и график	1
	48	Функции $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , их свойства и графики	1
	49	<b>Контрольная работа №3 по теме «Тригонометрические функции, их свойства и графики»</b>	1
	50-51	Построение графика функции $y = mf(x)$	2
	52-53	Построение графика функции $y = f(kx)$	2
	54-56	График гармонического колебания	3
	57-58	Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики	2
	59	Функция $y = \arcsin x$ , ее свойства и график	1
	60	Функция $y = \arccos x$ , ее свойства и график	1
	61	Функция $y = \operatorname{arctg} x$ , ее свойства и график	1
	62	Функция $y = \operatorname{arcctg} x$ , ее свойства и график	1
	63-64	Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции	1
<b>Некоторые сведения из планиметрии (10 часов)</b>	65-67	Углы и отрезки, связанные с окружностью	3
	68	Теоремы о медиане и биссектрисе треугольника	1
	69	Формулы площади треугольника.	1
	70	Формула Герона	1
	71	Задача Эйлера	1
	72	Теорема Менелая и Чевы	1
	73	Эллипс	1
<b>Введение (3 часа)</b>	74	Гипербола и парабола	1
	75	Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии.	1
	76	Некоторые следствия из аксиом.	1
<b>Параллельность прямых и плоскостей (15 часов)</b>	77	Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий.	1
	78	Параллельные прямые в пространстве.	1
	79-80	Параллельные прямые в пространстве. Параллельность трех прямых.	2
	81	Параллельность прямой и плоскости.	1
	82	Скрещивающиеся прямые.	1
	83	Углы с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми.	1
	84	Обобщающий урок по теме «Скрещивающиеся прямые. Углы между прямыми».	1
	85	<b>Контрольная работа № 4 по теме «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости».</b>	1
	86	Параллельные плоскости. Признак параллельности двух плоскостей.	1
	87	Свойства параллельных плоскостей.	1
	88	Тетраэдр.	1
	89	Параллелепипед.	1
	90	Задачи на построение сечений.	1
	91	Обобщающий урок по теме «Параллельность прямых и плоскостей».	1
92	<b>Контрольная работа № 5 по теме «Параллельность прямых и плоскостей».</b>	1	



<b>Перпендикулярность прямых и плоскостей (15 часов)</b>	93-94	Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.	2
	95-96	Признак перпендикулярности прямой и плоскости.	2
	97	Теорема о плоскости, перпендикулярной прямой. Теорема о прямой, перпендикулярной плоскости.	1
	98	Расстояние от точки до плоскости.	1
	99-100	Теорема о трех перпендикулярах.	3
	101	Угол между прямой и плоскостью.	1
	102-103	Двугранный угол.	2
	104	Перпендикулярность плоскостей.	1
	105	Прямоугольный параллелепипед. Трехгранный и многогранный угол	1
	106	<b>Контрольная работа № 6 по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»</b>	1
	107	<b>Решение задач ЕГЭ</b>	
<b>Тригонометрические уравнения (14 часов)</b>	108	Первые представления о простейших тригонометрических уравнениях	1
	109	Решение уравнения $\cos t = a$	1
	110	Решение уравнения $\sin t = a$	1
	111	Решение уравнений $\operatorname{tg} t = a$ , $\operatorname{ctg} t = a$	1
	112-113	Простейшие тригонометрические уравнения	2
	114-115	Метод замены переменной	2
	116-117	Метод разложения на множители	2
	118-119	Однородные тригонометрические уравнения.	2
	120	<b>Контрольная работа №7 по теме «Тригонометрические уравнения»</b>	1
	121	<b>Резервный урок</b>	1
<b>Преобразование тригонометрических выражений (25 часов)</b>	122-124	Синус и косинус суммы и разности аргументов	3
	125-126	Тангенс суммы и разности аргументов	2
	127-128	Формулы приведения	2
	129-132	Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени	4
	133-136	Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения	4
	137-139	Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы	3
	140-141	Преобразование выражения $A\sin x + B\cos x$ к виду $C\sin(x+t)$	2
	142-145	Методы решения тригонометрических уравнений	4
	146	<b>Контрольная работа №8 по теме «Преобразование тригонометрических выражений»</b>	1
<b>Комплексные числа (16 часов)</b>	147-149	Комплексные числа и арифметические операции над ними	3
	150-152	Комплексные числа и координатная плоскость	3
	153-155	Тригонометрическая форма записи комплексного числа	3
	156-158	Комплексные числа и квадратные уравнения	3
	159-161	Возведение комплексного числа в степень. Извлечение кубического корня из комплексного числа	3
	162	<b>Контрольная работа №9 по теме «Комплексные числа»</b>	1
<b>Многогранники</b>	163	Понятие многогранника. Призма.	1

<b>(14 часов).</b>	164	Призма. Площадь поверхности призмы.	1
	165	Призма. Наклонная призма.	1
	166	Пирамида.	1
	167	Правильная пирамида.	1
	168	Площадь поверхности правильной пирамиды.	1
	169	Усеченная пирамида.	1
	170	Расчет характеристик пирамиды	1
	171	Симметрия в пространстве. Понятие правильного многогранника.	1
	172	Элементы симметрии правильных многогранников.	1
	173-174	Решение задач по теме «Правильные многогранники»	2
	175	Обобщающий урок по теме «Многогранники».	1
	176	<b>Контрольная работа № 10 по теме «Многогранники».</b>	1
	<b>Производная (35 часа).</b>	177	Определение числовой последовательности и способы ее задания
178-179		Свойства числовых последовательностей	2
180		Предел последовательности	1
181		Свойства сходящихся последовательностей. Вычисление пределов последовательностей	1
182		Сумма бесконечной геометрической прогрессии	1
183		Предел функции на бесконечности	1
184		Приращение аргумента и приращение функции	1
185		Задачи, приводящие к понятию производной	1
186		Определение производной	1
187-188		Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования	2
189-190		Вычисление производных	2
191		Понятие и вычисление производной n-го порядка	1
192-193		Дифференцирование сложной функции.	2
194		Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции	1
195-197		Уравнение касательной к графику функции	3
198		<b>Контрольная работа №11 по теме «Производная»</b>	1
199		Исследование функции на монотонность	1
200		Отыскание точек экстремума	1
201		Исследование функции на монотонность и экстремумы	1
202		Применение производной для доказательства тождеств и неравенств	1
203-205		Построение графиков функций	3
206-208		Нахождение наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции на промежутке	3
209		Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин	1
210	Обобщающий урок по теме «Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений функции»	1	
211	<b>Контрольная работа №12 по теме «Применение произв. к исследованию функции»</b>	1	
<b>Комбинаторика и вероятность(14 часов)</b>	212-215	Правило умножения. Комбинаторные задачи. Перестановки и факториалы	4
	216-217	Выбор нескольких элементов.	2
	218-219	Биномиальные коэффициенты	2

	220-224	Случайные события и их вероятности	5
	225	<b>Контрольная работа №13 по теме «Комбинаторика и вероятность».</b>	1
<b>Повторение (13 часов)</b>	226-227	Повторение темы «Тригонометрические функции и их свойства»	2
	228-229	Повторение темы «Решение тригонометрических уравнений»	2
	230-231	Повторение темы «Производная. Применение производной к исследованию функции»	2
	232	Повторение темы «Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений функции»	1
	233	Урок повторения по теме «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве»	1
	234	Урок повторения по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве»	1
	235-237	Урок повторения по теме «Многогранники»	3
	238	<b>Итоговая контрольная работа</b>	1

### Планируемые результаты изучения учебного предмета

#### Регулятивные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

#### Познавательные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### Коммуникативные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
Раздел	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
Цели освоения предмета	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
	<b>Требования к результатам</b>	
Элементы теории множеств и математической логики	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать<sup>2</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</li> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> </ul>	<p>Достижение результатов раздела II; оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства;</p> <p>оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</p> <p>применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <p>использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</p>

<sup>2</sup> Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</li> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</li> <li>– выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</li> <li>– сравнивать действительные числа разными способами;</li> <li>– упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II; свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></p> <p><i>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</i></p> <p><i>владеть формулой бинома Ньютона; применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; применять при решении задач Малую теорему Ферма;</i></p> <p><i>уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; применять при решении задач цепные дроби;</i></p> <p><i>применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять</i></p>

	<p>больше 2;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;</li> <li>– выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;</li> <li>– выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;</li> <li>– записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;</li> </ul> <p>составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</p>	<p><i>их при решении задач;</i>  <i>применять при решении задач Основную теорему алгебры;</i>  <i>применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</i></p>
<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></li> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>

	<p>выше второй;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых числах;</li> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<b>Функции</b>	Владеть понятиями: зависимость	<i>Достижение результатов раздела II;</i>

	<p>величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p> <p>владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</p> <p>владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</p> <p>применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</p> <p>применять при решении задач преобразования графиков функций;</p> <p>владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</p> <p>применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <p>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства,</p>	<p><i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></p> <p><i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></p>
--	---	---



	<p>асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> </ul> <p>определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</p>	
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<p>Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</p> <p>применять для решения задач теорию пределов;</p> <p>владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</p> <p>владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</li> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</li> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</i></li> <li>– <i>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</i></li> <li>– <i>уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</i></li> </ul>
<p><b>Статистика и теория</b></p>	<p>Оперировать основными описательными характеристиками</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; иметь представление о центральной</i></p>

<p><b>вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<p>числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> <li>– иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<p><i>предельной теореме;</i></p> <p><i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></p> <p><i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></p> <p><i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></p> <p><i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></p> <p><i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i></p> <p><i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i></p> <p><i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i></p> <p><i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i></p> <p><i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– уметь применять метод математической индукции;</li> <li>– уметь применять принцип Дирихле при решении задач</li> </ul>
<p><b>Текстовые задачи</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II</i></p>

	<p>интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	
<p><b>Геометрия</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</li> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач и</i></li> </ul>

	<p>метода следов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> <li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> </ul>	<p><i>доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> <li>– <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	
<b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</li> <li>– задавать прямую в пространстве;</li> <li>– находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</li> <li>– находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</li> </ul>
<b><i>История математики</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II</i></p>
<b><i>Методы математики</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II; применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов,</i></p>

	<ul style="list-style-type: none"><li>– применять основные методы решения математических задач;</li><li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li><li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li><li>– пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li></ul>	<i>задачи экономики)</i>
--	--	--------------------------

## КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа»

#### Вариант 1

1. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
  2. Запишите периодическую дробь  $0,(87)$  в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $\sqrt{3} + \sqrt{15}$  и  $3\sqrt{2}$ .
  4. Решите уравнение  $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$ .
- 

5. Решите неравенство  $|x^2 - 8| \leq 2x$ .

---

6. Постройте график функции  $y = |-2 - |x + 5||$ .

#### Вариант 2

1. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
  2. Запишите периодическую дробь  $0,(35)$  в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $\sqrt{17} + \sqrt{2}$  и  $\sqrt{19}$ .
  4. Решите уравнение  $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$ .
- 

5. Решите неравенство  $|x^2 - 10| > 9x$ .

---

6. Постройте график функции  $y = |1 - |x + 3||$ .

Контрольная работа №2 по теме «Числовые функции»

Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- найдите область определения функции;
  - вычислите значения функции в точках  $-2$ ;  $1$ ;  $5$ ;  $\frac{\pi}{3}$ ;
  - постройте график функции;
  - найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию  $y = 3|x| - x^2$  на чётность.
3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 3$ . Известно, что  $f(x) = 2 - x$ , если  $0 < x \leq 3$ .
- Постройте график функции.
  - Найдите нули функции.
  - Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — открытый луч  $(-\infty; 0)$ .
5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5)$ .

Вариант 2

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ -4, & 2 \leq x \leq 5; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1, \\ x + 1, & 1 \leq x < 4? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- найдите область определения функции;
  - вычислите значения функции в точках  $-3$ ;  $2$ ;  $6$ ;  $\frac{2\pi}{3}$ ;
  - постройте график функции;
  - найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию  $y = \sqrt{x - 2} + x^3$  на чётность.
3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 2x + 4$ , если  $-3 < x \leq -1$ .
- Постройте график функции.
  - Найдите нули функции.
  - Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — луч  $(-\infty; 0]$ .
5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2)$ .



Контрольная работа №3 по теме «Тригонометрические функции, их свойства и графики»

**Вариант 1**

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ , точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2(0; -1)$ ,  $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin \frac{13\pi}{6}$ ;  $\cos(405^\circ)$ ;  $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$ .
3. Вычислите  $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$ ,  $\sin(t + 2\pi)$ ,  $\operatorname{tg}(t - \pi)$ , если  $\cos(t + 2\pi) = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .
4. Решите неравенство: а)  $\cos t > \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{1}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 + |\sin x|$ .

**Вариант 2**

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ , точки  $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_2(0; 1)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_4\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin 420^\circ$ ;  $\cos \frac{11\pi}{6}$ ;  $\operatorname{tg} \frac{31\pi}{3}$ ;  $\operatorname{ctg}(-330^\circ)$ .
3. Вычислите:  $\cos(t - 2\pi)$ ,  $\operatorname{ctg}(-t)$ ,  $\sin(4\pi - t)$ , если  $\operatorname{tg} t = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = x^2 + \sin x$ .

Контрольная работа №4 по теме  
«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости».

Вариант 1

1. Основание  $AD$  трапеции  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Через точки  $B$  и  $C$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно.

- Каково взаимное расположение прямых  $EF$  и  $AB$ ?
- Чему равен угол между прямыми  $EF$  и  $AB$ , если  $\angle ABC = 150^\circ$ ? Ответ обоснуйте.

2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ , в котором диагонали  $AC$  и  $BD$  равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

- Выполните рисунок к задаче.
- \* Докажите, что полученный четырехугольник — ромб.

Вариант 2

1. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону  $AC$ . Точка  $P$  — середина стороны  $AD$ , точка  $K$  — середина стороны  $DC$ .

- Каково взаимное расположение прямых  $PK$  и  $AB$ ?
- Чему равен угол между прямыми  $PK$  и  $AB$ , если  $\angle ABC = 40^\circ$  и  $\angle BCA = 80^\circ$ ? Ответ обоснуйте.

2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ ,  $M$  и  $N$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно,  $E \in CD$ ,  $K \in DA$ ,  $DE : EC = 1 : 2$ ,  $DK : KA = 1 : 2$ .

- Выполните рисунок к задаче.
- \* Докажите, что четырехугольник  $MNEK$  — трапеция.

Контрольная работа №5 по теме  
«Параллельность прямых и плоскостей».

Вариант 1

1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в параллельных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку  $O$ , лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  — в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_2B_2$ , если  $A_1B_1 = 12$  см,  $B_1O : OB_2 = 3 : 4$ .

3\*. Изобразите параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $K$ , являющиеся серединами ребер  $AB$ ,  $BC$  и  $DD_1$ .

Вариант 2

1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в пересекающихся плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку  $O$ , не лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  — в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ , если  $A_2B_2 = 15$  см,  $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$ .

3\*. Изобразите тетраэдр  $DABC$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$ , являющиеся серединами ребер  $DC$  и  $BC$ , и точку  $K$ , такую, что  $K \in DA$ ,  $AK : KD = 1 : 3$ .

Контрольная работа №6 по теме  
«Перпендикулярность прямых и плоскостей».

В а р и а н т 1

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) ребро куба;
- б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

2. Сторона  $AB$  ромба  $ABCD$  равна  $a$ , один из углов ромба равен  $60^\circ$ . Через сторону  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $\frac{a}{2}$  от точки  $D$ .

- а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $DABM$ ,  $M \in \alpha$ .
- в)\* Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью  $\alpha$ .

В а р и а н т 2

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна  $2\sqrt{6}$  см, а его измерения относятся как  $1 : 1 : 2$ . Найдите:

- а) измерения параллелепипеда;
- б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

2. Сторона квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Через сторону  $AD$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $\frac{a}{2}$  от точки  $B$ .

- а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $BADM$ ,  $M \in \alpha$ .
- в)\* Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью  $\alpha$ .

Контрольная работа №7 по теме «Тригонометрические уравнения»

В а р и а н т 1

1. Вычислите:

а)  $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ;

б)  $\sin \left(4 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = 2 \sin 3x$ .

3. Решите уравнение:

а)  $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$ ;

б)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; \pi)$ .

Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

5.

### Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$ ;

б)  $\sin \left(2 \arccos \frac{1}{2} + 3 \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$ .

3. Решите уравнение:

а)  $2 \sin x - 3 \cos^2 x + 2 = 0$ ;

б)  $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\cos \left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi)$ .

Решите систему неравенств:

а) 
$$\begin{cases} \sin x \leq 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

5.

### Контрольная работа №8 по теме «Преобразование тригонометрических выражений»

#### Вариант 1

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x$ ;

б)  $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x$ .

2. Упростите выражение  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}$ .

3. Вычислите  $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,9$ .

4. Найдите  $\cos^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$ , принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

6. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3}$ ;

б)  $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ .

### Вариант 2

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x;$

б)  $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{21x}{2}.$

2. Упростите выражение  $1 + \frac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)}.$

3. Вычислите  $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x$ , если  $\sin x + \cos x = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите  $\sin^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x$ , принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2};$

б)  $1 - \cos \frac{x}{2} = \operatorname{tg} \frac{x}{4}.$

### Контрольная работа №9 по теме «Комплексные числа»

#### Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $(5 + i)(-2 + 3i);$       б)  $\frac{4i}{1 + i}.$

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $1 + 2i$  и  $3 + 2i;$   
б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{\pi}{4};$

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \leq 3.$

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $6 - 6i;$  б)  $-4 - 3i.$

4. Решите уравнение  $x^2 - 2x + 2 = 0.$

5. Вычислите:  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^4.$

---

6. Решите уравнение  $z^2 + 3 + 4i = 0.$

### Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $(3 + 4i)(6 - 5i)$ ;      б)  $\frac{5 + i}{-4 + 3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $2 - 2i$  и  $5 - 2i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{2\pi}{3}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \geq 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $\sqrt{3} - i$ ; б)  $3 - 4i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 5x + 9 = 0$ .

5. Вычислите:  $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^5$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - 5 + 12i = 0$ .

### Контрольная работа №10 по теме «Многогранники».

#### Вариант 1

1. Основанием пирамиды  $DABC$  является правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $a$ . Ребро  $DA$  перпендикулярно к плоскости  $ABC$ , а плоскость  $DBC$  составляет с плоскостью  $ABC$  угол  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $a$  и угол равен  $60^\circ$ . Плоскость  $AD_1 C_1$  составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите:

а) высоту ромба;

б) высоту параллелепипеда;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г)\* площадь поверхности параллелепипеда.

#### Вариант 2

1. Основанием пирамиды  $MABCD$  является квадрат  $ABCD$ , ребро  $MD$  перпендикулярно к плоскости основания,  $AD = DM = a$ . Найдите площадь поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм  $ABCD$ , стороны которого равны  $a\sqrt{2}$  и  $2a$ , острый угол равен  $45^\circ$ . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

а) меньшую высоту параллелограмма;

б) угол между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью основания;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г)\* площадь поверхности параллелепипеда.

Контрольная работа №11 по теме «Производная»

**Вариант 1**

1. Вычислите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{3n - 6}{10}$ .
  2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n + 30}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
  3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ .
  4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^3}$ .
  5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
    - а)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ ;
    - б)  $y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$ ;
    - в)  $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$ .
  6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^2 x$  в точке  $x = -\frac{\pi}{4}$ .
- 
7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{2x}$  удовлетворяет соотношению  $\frac{1}{y^3} + y'' = 0$ .

**Вариант 2**

1. Вычислите первый, двадцатый и стодесятый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{2n + 5}{3}$ .
  2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{3n - 1}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
  3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^3 + 2x^2}$ .
  4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .
  5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
    - а)  $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7$ ;
    - б)  $y = \sqrt{x} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \cos 2x$ ;
    - в)  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$ .
  6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \cos^2 x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- 
7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$  удовлетворяет соотношению  $4(y')^3 + y'' = 0$ .

Контрольная работа №12 по теме «Применение произв. к исследованию функции»

**Вариант 3**

1. Исследуйте функцию  
 $y = 4\sqrt{x}(2 - x)$   
на монотонность и экстремумы.
  2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$ .
  3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x - \cos 2x$  на отрезке  $[-\pi; 0]$ .
  4. Периметр параллелограмма с острым углом  $60^\circ$  равен 8 см. Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?
- 
5. Докажите, что при  $x > 0$  справедливо неравенство  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ .
- 
6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$  равно 3?

**Вариант 4**

1. Исследуйте функцию  
 $y = 2x\sqrt{1 - x}$   
на монотонность и экстремумы.
  2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$ .
  3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{2}x - \sin x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .
  4. В треугольник с основанием  $a$  и высотой  $h$  вписан прямоугольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?
- 
5. Докажите, что при  $x > 3$  справедливо неравенство  $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$ .
- 
6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = x^2 + (a + 4)x + 2a + 3$  равно  $-4$ ?



*Контрольная работа №13 по теме «Комбинаторика и вероятность».*

**Вариант 3**

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из четырех человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение  $A_{x-1}^2 - C_x^{x-1} = 79$ .
4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

---

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой — 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

- 
6. В разложении бинома  $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right)^n$  биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1 : 2. Выпишите члены разложения, не содержащие иррациональность.

**Вариант 4**

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
3. Решите уравнение  $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$ .
4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

- 
6. В разложении бинома  $\left(2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  сумма биномиальных коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

### Критерии оценки знаний по предмету

Предметные результаты обучения обучающихся оцениваются согласно Положению «Об оценочной деятельности обучающихся основного общего и среднего общего образования по ФГОС МБОУ «Гимназия №8» г. Глазова УР

<b>Документ подписан</b>	<b>ЭЦП</b>
<b>СЕРИЙНЫЙ НОМЕР ЛИЦЕНЗИИ</b>	TD5AK-GRAAW-GPGTP-FJKHV-MMFRA-GPFHP-PVTRV
<b>ВЕРСИЯ ПРОДУКТА</b>	СКЗИ КриптоАРМ 5